

doi: 10.11720/wtyht.2018.1247

彭伟,梁义强,张淳,等.Cole-Cole 模型参数在时间域激电找矿中的应用[J].物探与化探,2018,42(3):513-517.http://doi.org/10.11720/wtyht.2018.1247

Peng W, Liang Y Q, Zhang C, et al. The application of Cole-Cole model parameters to the time domain induced polarization prospecting[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2018, 42(3): 513-517. http://doi.org/10.11720/wtyht.2018.1247

Cole-Cole 模型参数在时间域激电找矿中的应用

彭伟^{1,2}, 梁义强^{1,2}, 张淳², 刘鹏鹏²

(1. 成都理工大学 地球物理学院, 四川 成都 610072; 2. 四川省地质矿产勘查开发局物探队, 四川 成都 610072)

摘要: 常规的时间域激电法获得参数较少, 仅有电阻率和极化率两个参数, 这使得激电异常往往难以准确解译, 具体体现在矿体解译信息量较少和探测分辨率差上, 特别是在极化率或电阻率数值接近的一些共生及伴生的矿产勘探中, 如炭质灰岩、黄铁矿和褐铁矿共生的一些矿山。为了丰富矿体地质信息, 提高对矿体的认识, 减少误判和漏判, 文中利用激电效应的时间响应可用 Cole-Cole 模型来描述的特征, 通过阻尼最小二乘法实现时间响应与时间域 Cole-Cole 模型的最佳拟合, 从而获得多种 Cole-Cole 模型参数。实际应用证明, 该方法经济、有效, 可通过多种物理参数综合解释, 实现对激电异常更全面的认识和正确的推断解释, 同时提高了时间域激电在深部找矿中的分辨率。

关键词: Cole-Cole 模型; 时间域激电; 阻尼最小二乘法; 时间响应; 激电参数

中图分类号: P631

文献标识码: A

文章编号: 1000-8918(2018)03-0513-05

0 引言

传统的时间域激电法生产效率较高, 应用广泛, 但测量参数较少, 反映地质信息有限, 且受低阻屏蔽层影响较大, 测量深度受限, 另外受接地电阻以及游散电流影响, 二次场电压受到压制, 致使分辨率降低。频率域激电法的生产效率较低, 分辨率高, 测量参数较多, 能反映地下更为丰富的信息, 但由于受电磁耦合效应影响, 难以彻底区分激电效应和耦合效应^[1-3]。为扬长避短, 充分发挥两者优势, Pelton 等通过 Cole-Cole 模型建立起两者之间的桥梁, 奠定了频谱激电的基础, 罗延钟、吴孝国等利用时间域激电资料通过阻尼最小二乘法反演得到 Cole-Cole 模型参数^[4-7], 从而开启了由时间域激电观测数据, 获取 Cole-Cole 模型参数找矿的应用大门。

1 基本原理

1.1 建模

对于矿化岩石来说, 可以把它的一个基本结构单元简化成图 1a 所示结构, 其中包括被金属硫化物阻塞的溶液孔隙通道和未被阻塞的溶液孔隙通道; 此基本结构单元可以用图 1b 所示的等效电路来模拟。电阻 R_1 模拟未被阻塞的溶液孔隙通道中的溶液电阻, 电阻 R_2 模拟被阻塞的溶液孔隙通道中的溶液的电阻与金属颗粒的电阻的和, 复阻抗 $(j\omega X)^{-C}$ 模拟金属—离子溶液界面阻抗^[7]。

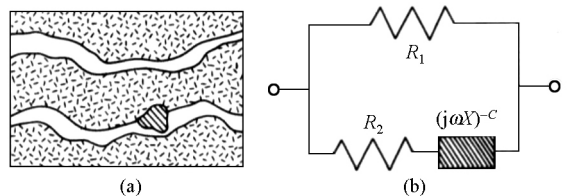


图 1 矿化岩石的一个基本结构单元示意 (a) 及其等效电路 (b)

收稿日期: 2017-06-01; 修回日期: 2017-09-10

基金项目: 中国地质调查局矿产资源评价项目“西南三江成矿带南段地质矿产调查”(1212011085139)

作者简介: 彭伟 (1985-), 男, 四川资阳人, 硕士学位, 毕业于成都理工大学, 研究方向为电法勘探理论与应用。Email: pengwei24@163.com

那么此等效电路的复电阻率的柯尔-柯尔表达式^[7],即频率域的频率响应为:

$$\rho(\omega) = \rho_0 \left\{ 1 - m \left[1 - \frac{1}{1 + (j\omega\tau)^c} \right] \right\}, \quad (1)$$

其中, ρ_0 为零频率时的电阻率,

$$m = 1 / \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right), \quad \tau = X \left(\frac{R_1}{m} \right)^{1/c}, \quad (2)$$

经傅里叶逆变换后,得到时间域的下阶跃响应^[7]:

$$V(t) = mR_0I_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (t/\tau)^{nc}}{\Gamma(nc+1)}. \quad (3)$$

其中: $V(t)$ 为二次场电位差时间序列, I_0 为一次场电流, R_0 为零频电阻, m 为充电率, τ 为时间常数, c 为频率相关系数, Γ 为伽马函数。

$$\eta_i = \begin{cases} \frac{1}{(t_i - t_{i-1})} m\tau \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n [(t_i/\tau)^{1+nc} - (t_{i-1}/\tau)^{1+nc}]}{\Gamma(1+nc)(1+nc)}, & (0 \leq t_i/\tau \leq 2\pi); \\ \frac{1}{(t_i - t_{i-1})} m\tau \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n [(2\pi)^{1+nc} - (t_{i-1}/\tau)^{1+nc}]}{\Gamma(1+nc)(1+nc)} + m\tau \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} [(t_i/\tau)^{1-nc} - (2\pi)^{1-nc}]}{\Gamma(1-nc)(1-nc)}, & (0 \leq t_{i-1}/\tau \leq 2\pi, t_i/\tau > 2\pi); \\ \frac{m\tau}{(t_i - t_{i-1})} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} [(t_i/\tau)^{1-nc} - (t_{i-1}/\tau)^{1-nc}]}{\Gamma(1-nc)(1-nc)}, & (t_{i-1}/\tau > 2\pi). \end{cases} \quad (6)$$

可见,该拟合过程将仅对 Cole-Cole 模型的充电率 (m)、时间常数 (τ) 以及频率相关系数 (c) 三个参数做正反演计算。

1.3 反演

由于大多数时间域激电仪不能直接获得二次场电压差 $V(t)$ 衰减曲线,但能通过式(4)得到极化率值,为结合实际情况,文中采用实测极化率值与式(5) Cole-Cole 模型极化率理论值作为拟合目标函数。

目标函数:

$$\phi(\bar{x}) = \min \left\{ \sum_{i=1}^N [E(t_i) - \eta(t_i)]^2 \right\}, \quad (7)$$

$E(t_i)$ 是第 i 个取样点实测值, $\bar{x} = [m, \tau, c]^T$, N 为实测衰减曲线上取样点总数

对上式在初值 \bar{x}^0 处作泰勒级数展开,并忽略二阶以上的各阶偏导数,然后让各偏导数等于零,即能使目标函数值最小^[8,10]。

反演采用马奎特法^[9],引入松弛因子 λ ,则上述极值问题变成求线性方程组

$$[A^T A + \lambda I] \Delta \bar{X} = G, \quad (8)$$

1.2 正演

根据李金铭对时间域激电极化率的定义^[5]

$$\eta_i = \frac{1}{t_i - t_{i-1}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} V(t) dt / V_0, \quad (4)$$

$V(t)$ 为二次场电压, V_0 为一次场电压, t_i, t_{i-1} 为取值窗口时间。

由 Pelton, Guptasarma, 傅良魁等^[4,6-8],可知

$$V(t) = mR_0I_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (t/\tau)^{nc}}{\Gamma(nc+1)}, \quad \frac{t}{\tau} \leq 2\pi$$

$$V(t) = mR_0I_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (t/\tau)^{-nc}}{\Gamma(1-nc)}, \quad \frac{t}{\tau} > 2\pi \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)得到:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \eta(t_1)}{\partial x_1} & \frac{\partial \eta(t_1)}{\partial x_2} & \frac{\partial \eta(t_1)}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \eta(t_2)}{\partial x_1} & \frac{\partial \eta(t_2)}{\partial x_2} & \frac{\partial \eta(t_2)}{\partial x_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \eta(t_n)}{\partial x_1} & \frac{\partial \eta(t_n)}{\partial x_2} & \frac{\partial \eta(t_n)}{\partial x_3} \end{bmatrix}$$

其中,

$$G = -[A]^T \cdot \begin{bmatrix} E(t_1) - \eta(t_1) \\ E(t_2) - \eta(t_2) \\ \vdots \\ E(t_n) - \eta(t_n) \end{bmatrix},$$

I 为单位矩阵。

采用 SVD 分解求广义逆^[11]的方法求得

$$\Delta \bar{X} = (A^T A + \lambda I)^+ G \quad (9)$$

$$\Delta \bar{x} = [\Delta m, \Delta \tau, \Delta c]^T \quad (10)$$

即得:

$$\begin{cases} m = m_0 + \Delta m \\ \tau = \tau_0 + \Delta \tau \\ c = c_0 + \Delta c \end{cases} \quad (11)$$

反复迭代,直到目标函数小于指定精度或达到指定的最大迭代次数为止。

1.4 程序检验

根据罗延钟给出的检验模型^[8]: $\rho_0=25,\tau=1,c=0.5,m=0.6$,利用文中给定的极化率正演模型,计算出延时 50 ms 后 4 组不同时间宽度的极化率值进行程序验证(表 1,表 2)。由此可见,反演拟合精度很高,能满足实际需求,同时也检验了程序体的正确性。

表 1 验证模型					
组号	参数项	η_1	η_2	η_3	η_4
1	时间宽度/ms	20	40	80	160
	视极化率/%	0.4646	0.4411	0.4076	0.3642
2	时间宽度/ms	40	80	160	320
	视极化率/%	0.4563	0.4177	0.3706	0.3169
3	时间宽度/ms	80	160	320	640
	视极化率/%	0.4423	0.3841	0.3242	0.1677
4	时间宽度/ms	160	320	640	1280
	视极化率/%	0.4202	0.3407	0.2718	0.1427

表 2 反演结果及精度				
组号	参数项	$m/\%$	τ/ms	c
1	理论值	0.6	1	0.5
	拟合值	0.5986	0.9979	0.5027
	精度/%	0.23	0.21	0.54
2	理论值	0.6	1	0.5
	拟合值	0.6011	0.9948	0.4968
	精度/%	0.18	0.52	0.64
3	理论值	0.6	1	0.5
	拟合值	0.6017	0.9897	0.4966
	精度/%	0.28	1.03	0.68
4	理论值	0.6	1	0.5
	拟合值	0.6015	0.9929	0.4976
	精度/%	0.25	0.71	0.48

2 频谱参数的物理意义

τ 表征的是极化体结构及含量特征, c 表征的是极化体颗粒均匀性。大量实测资料表明:导电矿物颗粒不均匀者的 c 小,矿化程度较高的岩石内部矿化颗粒往往较不均匀,则其 c 较大,零星或稀疏矿化的背景地段岩石一般颗粒较均匀;导电矿物颗粒大,相互连通较好,呈稠密、侵染状、块状和细脉状的 τ 值大,无矿化的纯离子导电岩石和导电矿物成细粒、互不相连的岩矿石,其 $\tau<1\text{ s}$ ^[12-14]。

3 应用

在某铁矿区,采用时间域激电参数划分了极化率异常(见图 2 中 M1~M6),应用 Cole-Cole 模型反演得到 Cole-Cole 模型参数后,通过时间常数 τ 进一步划分了 T1~T3 的时间常数异常。从图 2 可以看出,M3、M4 和 T1 对应较好,T3 和 M6 对应稍差,可以认为是同一类异常;而 T2 完全没有激电异常与之对应。所有 M1~M6 异常以极化率 7%为下限划定,而 T2 异常区域极化率均值为 3%,M1~M6 电阻率在 $200\text{ }\Omega\cdot\text{m}$ 以下,频率相关系数在 0.6 左右,T2 电阻率约为 $500\text{ }\Omega\cdot\text{m}$,频率相关系数为 0.5,频率相关系数差别不大。通过以上分析,可以划分出三大类异常:以 M1、M2、M5 高极化、低时间常数为代表的矿物连通程度较差,呈零星、稀疏状疏铁矿化体;以 M3、M4、M6、T1、T3 高极化、高时间常数为代表的连通程度较好的炭质灰岩;以及以 T2 为代表的低极

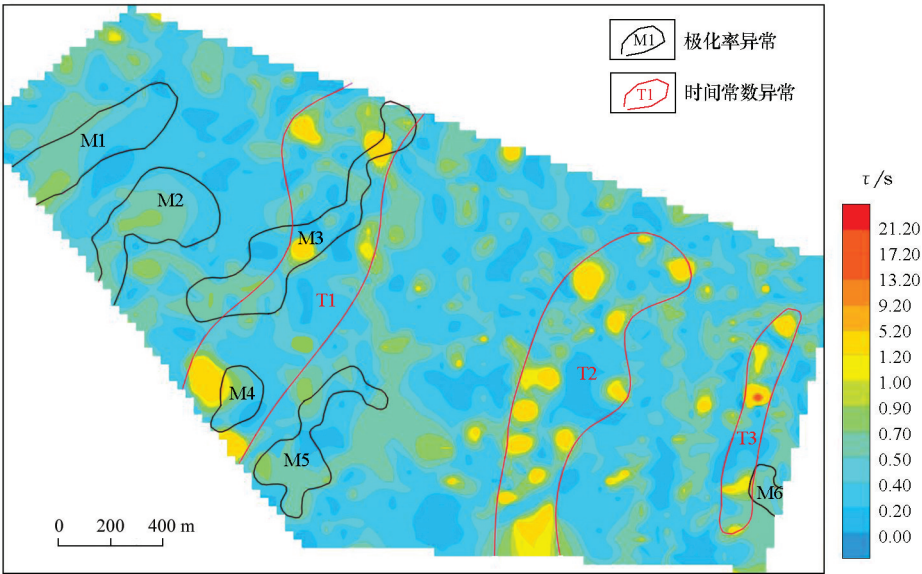


图 2 时间常数等值线平面及其与极化率异常对应情况

化、高时间常数、高阻的褐铁矿体。根据以往标本测量结果显示,炭质灰岩与褐铁矿极化率相差无几,而 M3、M4、M6、T1、T3 异常区域极化率均比 T2 异常区域高,推测褐铁矿体埋藏深度较深。根据罗延钟等的研究^[12],时间常数对于发现深部异常具有比较大

的优势,因为随着极化体赋存空间条件的变化,其他参数在稀释作用下会发生较大变化,而时间常数稀释作用较小。

进一步对通过 M4、M5 异常的测深剖面进行 Cole-Cole 模型参数反演,得到图 3。

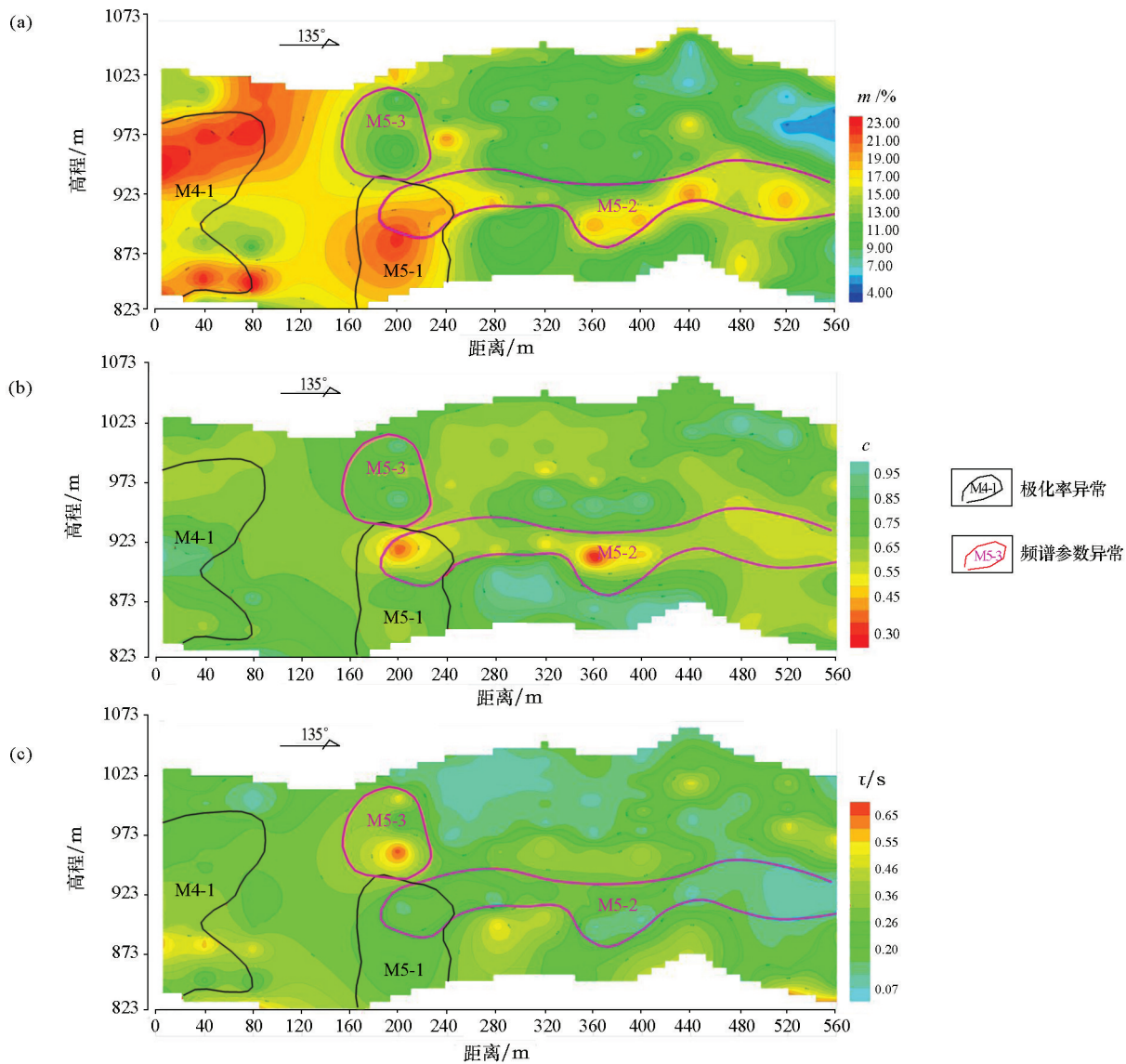


图 3 某铁矿上的充电率剖面(a)、频率相关系数剖面(b)和时间常数剖面(c)

M4-1、M5-1 为极化率异常, M5-2、M5-3 为频谱参数异常,可以看出 M5-1、M5-2 属于同一异常,高极化率、高充电率、低频率相关系数、低时间常数,属于零星、稀疏状硫铁矿化体,这与平面异常 M5 相对应。M5-3 异常为低极化率、低充电率、高频率相关系数、高时间常数,同时电阻率为 $680\ \Omega \cdot m$, 相对于 M5-1、M5-2 异常的电阻率在 $500\ \Omega \cdot m$ 以下, M5-3 异常为相对高阻,应为褐铁矿化体。M4-1 异常表现为高极化率、高电阻率、高频率相关系数、高时间常数,应为炭质灰岩,这也与 M4 异常对应。

4 结论

1)通过对时间域激电资料进行 Cole-Cole 模型反演,可以获得更多的物理参数,得到更丰富的地质信息。例如:时间常数与矿物颗粒连通程度正相关,频率相关系数与矿化颗粒不均匀性负相关。

2)Cole-Cole 模型参数对于深部找矿有良好的分辨率,本文中的 T2 异常对于常规的极化率参数难以识别。特别是时间常数,其稀释作用较小,即使受

低阻盖层影响, 仍对矿体或矿化体反映较灵敏。

3) 时间域激电受电磁耦合影响较小, 且时间域激电较频率域激电经济高效, 但由于 Cole-Cole 模型反演是一个非线性问题, 解不稳定, 相对于频率域有更高的不确定性。

4) 由于模型限制, 该模型在正演公式(6)中的后二种情况, 即条件为 $0 \leq t_{i-1}/\tau \leq 2\pi$, $t_i/\tau > 2\pi$ 和 $t_{i-1}/\tau > 2\pi$ 的情况下, 分母 $\Gamma(1-nc)(1-nc)$ 值会在 n 值逐渐增大的情况下出现等于零或伽马函数自变量等于负数的错误情况, 极大可能出现无解的情况; 这两种条件只在 t 值特别大、 c 值特别小的情况下适用, 以达到快速收敛的目的。只有在第一种情况, 即 $0 \leq t_i/\tau \leq 2\pi$ 的条件下, 才能反复迭代得到满足拟合精度的最优解, 但此时 τ 值会受限于 $\tau > t_i/2\pi$, 即 τ 值不能出现在 $0 \sim t_i/2\pi$ 区间内; 如果不约束 τ 值, 当 $\tau < t_i/2\pi$ 时, 式(6)中 $0 \leq t_i/\tau \leq 2\pi$ 条件下的级数收敛相当缓慢甚至不收敛, 同样有可能出现无解或无最优解的情况。可见该方法只能对 τ 值做受限反演拟合。在本文应用反演中, 采用 3 组实测极化率值进行反演, 其最大采样时间为 380 ms, 故 τ 不能低于 0.06 s。试验发现反演 τ 值越接近 0.06 s, 误差越大, 无法得到最优解, 其根本原因在于一个 Cole-Cole 模型的模型误差造成的, 两个甚至更多的 Cole-Cole 模型组合能够更好地解决该拟合误差问题。

5) 本文仅利用放电过程中 3~4 个时间窗口的观测数据, 反演 Cole-Cole 参数的准确性可能不够高。若能采用专门的时间谱激电仪, 密集采样获得

激电效应放电过程的时间序列, 效果可能更好。

参考文献:

[1] 昌彦君. 时间谱电阻率法研究[D]. 武汉: 中国地质大学(武汉), 2000.

[2] 刘春明. 伪随机激电多参数谱法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2006.

[3] 张赛珍, 王庆乙, 罗延钟. 中国电法勘探发展概况[J]. 地球物理学报, 1994, 37(1): 408-424.

[4] 傅良魁. 电法勘探教程[M]. 北京: 地质出版社, 1983.

[5] 李金铭. 激发极化法方法技术指南[M]. 北京: 地质出版社, 2004.

[6] Guptasarma D. Computation of the time-domain response of a polarizable ground[J]. Geophysics, 1982, 47(11): 1574-1576.

[7] Pelton W H, et al. Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multifrequency IP[J]. Geophysics, 1978, 3(43): 588-609.

[8] 罗延钟, 张桂青. 频率域激电法原理[M]. 北京: 地质出版社, 1988.

[9] 吴孝国. 柯尔-柯尔模型激电时间谱的正反演方法及应用[J]. 地质与勘探, 1989, 25(9): 37-41.

[10] 曹平华, 罗润林. 时域激电数据进行频谱参数反演方法及应用[J]. 物探与化探, 2014, 38(5): 1008-1011.

[11] 徐士良. Fortran 常用算法程序集[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.

[12] 罗延钟, 吴之训. 谱激电法频率相关系数的应用[J]. 地球物理学报, 1992, 35(4): 490-500.

[13] 傅良魁, 李金铭, 陈兆洪. 埋藏极化体激电时间谱视参数的实验研究结果[J]. 地质与勘探, 1985, 21(12): 38-43.

[14] 庄明商, 尚世贵. 用激电时间谱视参数评价激电异常的应用效果[J]. 物探与化探, 1995, 19(3): 218-223.

The application of Cole-Cole model parameters to the time domain induced polarization prospecting

PENG Wei^{1,2}, LIANG Yi-Qiang^{1,2}, ZHANG Chun², LIU Peng-Peng²

(1. Chengdu University of Technology, Chengdu 610072, China; 2. Geophysical Exploration Party of Sichuan Bureau of Exploration and Development of Geology and Minerals Resources, Chengdu 610072, China)

Abstract: the routine time domain induced polarization can only obtain two parameters, i.e., resistivity and polarizability, which often makes it difficult to accurately interpret induced polarization anomaly and thus causes less information for orebody interpretation and poor detection resolution. Such a phenomenon is especially prominent in the exploration of some ore resources characterized by associated or accompanying minerals like carbonaceous limestone, pyrite and limonite whose resistivities or polarizabilities are close to each other. In order to enrich orebody geological information, improve the understanding of orebody and reduce mistaken or incomplete judgement, the authors utilized the feature that Cole-Cole model could describe time response of induced polarization effect and employed damping least squares method to realize the best fitting of the time response with time domain Cole-Cole model so as to obtain varied kinds of Cole-Cole model parameters. Practice shows that this method is economical and effective and, through integrated interpretation of varied kinds of physical parameters, it can realize more overall understanding and correct induction and interpretation of induced polarization and also improve the resolution of the time domain induced polarization in deep prospecting.

Key words: Cole-Cole model parameters; TDIP; damped least squares approximation; time response; IP parameter

(本文编辑: 沈效群)