几种区域重力地形改正方法的讨论

林振民 史振松

（地矿部物化探研究所）（地矿部第二综合物探大队）

目前区域重力测量工作正在全国范围普遍开展。我国山区多，地形条件相当复杂，重力测量的地形影响不可忽略。区域重力测量的测点分布稀疏，而且通常是采用自由网，由于这些特点，其地形改正工作不能简单搬用大比例尺规则网的地形改正方法。当前各单位采用的区域地改方法各不相同，堪称五花八门。从精度和效率考虑哪种方法更好，看法颇不一致。八〇年成都电算会议上提出对区域地改的各种电算方法进行对比的任务，由于种种原因，这一任务未能更早完成。在八三年，我们对几种有代表性的地改方法进行了试验，试图通过实际资源的对比，对这个问题提出看法。

此外，对于1－2公里范围内的地形改正，是采用电算方法为宜还是手算方法为宜，目前也存在着不同看法。显然，利用$1000\times1000m^2$节点网高程计算1至2公里范围的地改值，电算方法的工作量要比手算的工作量节省很多。但电算方法计算这一范围内的地改值，其精度是否满足要求，我们也将根据试验数据，对这个问题提出看法。

一、几种区域地形改正方法简介

区域重力测量多采用自由网（即测点是不规则分布），而在计算机上进行地形改正计算时，高程节点通常是用方格网，这样就存在插值问题。由于插值方法的不同而出现不同的地改方法。这里介绍三种有代表性的方法。

1．节点高程插值法

将全区统一的高程节点网称为A，以每一测点为中心的高程节点网称为B（两种节点网互相平行）。节点高程插值法的基本思想是：根据测点坐标（x,y），利用节点网A的高程，按双线性插值求得节点网B的高程，然后按通常的方格网地改公式计算该测点的地改值。每求得一套节点网B的高程计算一个测点的地改值。

方格网地改公式为：

$$\Delta g=f\sigma\Delta x\Delta y\sum_i\sum_j c_{ij}/r_{ij}\left\{1-\frac{1}{[1+(h_{ij}/r_{ij})^2]^{1/2}}\right\} \qquad (1)$$

$$h_{ij}=z_{ij}-z_0$$

其中：z_0——测点高程；

z_{ij}——节点高程；

r_{ij}——测点至节点距离；

Δx、Δy——节点网格距；

f——万有引力常数；

σ——岩石密度；

c_{ij}——数值积分系数。

$$c_{ij}=\begin{cases}1 & \text{对于改正区内部的点；}\\ 0.5 & \text{对于改正区边缘上的点（包括内边缘和外边缘）；}\\ 0.25 & \text{改正区的外顶点；}\\ 0.75 & \text{改正区的内顶点。}\end{cases}$$

双线性插值公式为：

$$\begin{aligned}z(x,y)=&\left[1-\left(\frac{x-x_i}{\Delta x}\right)\right]\left[1-\left(\frac{y-y_i}{\Delta y}\right)\right]z_{i,j}\\&+\left[1-\left(\frac{x-x_i}{\Delta x}\right)\right]\left[1+\left(\frac{y-y_{i+1}}{\Delta y}\right)\right]z_{i,j+1}\\&+\left[1+\left(\frac{x-x_{i+1}}{\Delta x}\right)\right]\left[1-\left(\frac{y-y_j}{\Delta y}\right)\right]z_{i+1,j}\\&+\left[1+\left(\frac{x-x_{i+1}}{\Delta x}\right)\right]\left[1+\left(\frac{y-y_{j+1}}{\Delta y}\right)\right]z_{i+1,j+1}\end{aligned}\qquad(2)$$

其中：$z(x,y)$——内插点高程；

x,y——内插点平面坐标；

$z_{i,j},z_{i,j+1}$——节点高程；

$x_{i,i},y_{i,j}$——节点平面坐标。

2．测点高程平移法

该方法的基本思想是：首先按公式（1）计算测点所在的方格的四个顶点的地形改正值。在进行这一计算时，中心点高程是用测点的高程，相当于把测点高程平移到该中心点上，而节点高程则取自全区统一的高程网A。然后根据这四个点的地形改正值，按双线性插值公式计算该测点的地形改正值。由于计算方格的四个顶点的地改值时中心点是用测点高程，因此不存在垂直方向插值问题，只需进行平面插值（x和y方向）。

对于这一方法，还可采用一些技术以提高计算速度。例如，可以事先对函数：

$$f\left(\frac{h}{r}\right)=1-\frac{1}{[1+(h/r)^2]^{1/2}}$$

每隔一定间隔计算一个值，形成函数表存于数组中。这样就可用“查表”方法代替该函数的计算。对于$r_{i,j}$和C_{ij}/r_{ij}也可事先计算好，并存于数组中，以避免多次重复计算。

3．多参数法

计算公式为：

$$\Delta g=P+h\{R+h[(\Sigma b_i)+Q+h(S+h\Sigma c_i)]\}\qquad(3)$$

式中：$b_i=K_ib/r_i^3$；

$c_i=K_ic/r_i^4$；

$h=h_0-H_0$；

$P=\Sigma[b_i+c_i(H_0-h_i)^2](H_0-h_i)^2$；

$Q=6\Sigma c_i(H_0-h_i)^2$；

$$R=4\Sigma c_i(H_0-h_i)^3;$$

$$S=4\Sigma c_i\ (H_0-h_i);$$

$$H_0=\Sigma b_i h_i/\Sigma b_i。$$

其基本思想是：利用高程节点网A,根据测点的坐标（x,y)确定其所在的方格，首先计算出方格上四个点与地形改正值有关的五个参量H_0、P、Q、R、S的值，然后插值求得该测点参数，并用公式（3）计算出该测点的地形改正值。

二、试验设计及试验结果

选地形复杂程度不等的川西、秦岭、内蒙三个地区进行试验。工区范围是24×30平方公里。川西工区地形最为复杂，比高达4590米，在500米距离内高差可达600米；2至10公里范围的地改值变化在9580至23546微伽之间，平均值为14019微伽。秦岭工区地形复杂程度次之，试验工区范围内比高达1390米，在500米距离内高差可达300米；2至10公里范围内的地改值变化在378至2218微伽之间，平均值为851微伽。内蒙工区的地形稍好，试验工区范围内比高达800米，在500米距离内高差可达220米；2至10公里范围的地改值一般变化在155至926微伽之间，个别点达2059微伽，平均值为370微伽。

在上述三个地区，按1000×1000m^2的节点网，分别用“节点高程插值法”、“测点高程平移法”及“多参数法”计算2至10公里范围的地改值。以500×500m^2的加密节点网按公式(1)直接计算的地改值（不经插值）作为准确值，以衡量上述三种方法的精度。具体说来，就是在上述三个地区各取24×30平方公里面积做为试验工区，按500×500m^2节点网读取高程数据，共读取49×61个高程数据，用这种节点网计算的地改值作为准确值。然后将这个节点网高程抽稀为1000×1000m^2网格。抽稀的网格取奇数线和奇数点，即取原来网格的第1、3、5、……49线和第1、3、5……61点作为高程节点，而取第22、24、26、28线和第22、24、26……、40点作为计算点，共4×10个点，分别用上述三种方法计算地改值。此外，还用偶数线和偶数点的抽稀节点网按公式（1）直接计算地形改正值（不经插值步骤），以了解纯粹由于放稀网格距对地改精度的影响。

为了了解1000×1000m^2网格计算1至2公里范围内的地改值的精度，我们还用上述各种方法以同样节点网（包括500×500m^2及1000×1000m^2）计算了这一范围的地改值。

对上述试验结果进行均方误差统计。均方误差按下述公式计算：

$$\varepsilon=\sqrt{\frac{\sum_{1}^{n}(g_2-g_1)^2}{n}}$$

其中：g_1——500×500m^2网格的地改值计算结果；

g_2——1000×1000m^2网格的地改值计算结果；

n——计算点的数目。

均方误差统计结果如表1和表2所示。

1．2至10公里地改范围

从表1可看出，川西地区的误差统计表明，节点高程插值法的均方误差（1023微伽）明

显地大于测点高程平移法（305微伽）和多参数法（260微伽）。内蒙地区2至10公里的均方误差统计也同样是节点高程插值法的均方误差（61.6微伽）明显地大于测点高程平移法（18.8

2—10公里范围的地改误差统计表（计算时间指Wang—2200机） **表 1**

方法 \ 误差 \ 地区	川西工区		秦岭工区		内蒙工区		计算时间
	$\varepsilon(\mu gl)$	$\varepsilon/\bar{g}$	$\varepsilon(\mu gl)$	$\varepsilon/\bar{g}$	$\varepsilon(\mu gl)$	$\varepsilon/\bar{g}$	（每点）
测点高程平移法	305	0.022	3.45	0.041	18.8	0.051	2分22秒
节点高程插值法	1023	0.073	129.5	0.152	61.6	0.166	1分10秒
多参数法	260	0.019	30.6	0.036	18.8	0.051	6分42秒
$1000\times1000m^2$网格，不插值	372	0.027	26.1	0.031	17.5	0.047	
测点高程平移法与参数法对比	71	0.0051	22	0.026	8.84	0.024	
地改平均值$\bar{g}$	14019		851		370.4		

1—2公里范围的地改误差统计表 **表 2**

方法 \ 误差 \ 地区	川西工区		秦岭工区		内蒙工区		秦岭二工区	
	$\varepsilon(\mu gl)$	$\varepsilon/\bar{g}$	$\varepsilon(\mu gl)$	$\varepsilon/\bar{g}$	$\varepsilon(\mu gl)$	$\varepsilon/\bar{g}$	$\varepsilon(\mu gl)$	$\varepsilon/\bar{g}$
测点高程平移法	892	0.157	102	0.239	58.1	0.279	238	0.251
节点高程插值法	584	0.103	139	0.326	59.6	0.286		
多参数法	862	0.152	89.5	0.209	50.6	0.243		
$1000\times1000m^2$网格，不插值	615	0.108	105.7	0.248	43.1	0.207	146	0.154
地改值平均值$\bar{g}$	5689		426.4		208.4			

注：ε为均方误差；$\bar{g}$为地改值平均值

微伽）和多参数法（18.8微伽）。前者的误差为后者的三倍以上。再则，在节点高程插值法的均方误差中，主要成分为系统误差。例如，川西1023微伽的均方误差中，系统误差为－996微伽；内蒙61.6微伽的均方误差中，系统误差为－58.9微伽。秦岭工区的情况和上述两个工区的情况基本类似。

对于上述现象可做如下分析：由于节点高程插值法首先是对节点高程做双线性插值，而插值运算本身就是一种加权平均，它将导致数字地形模型的“圆滑化”，因而导致地改值的系统偏低。这就是该方法存在着很明显的负的系统误差的原因。因此，只有在地形较好，地改值不大的情况下可以使用这个方法，在地形较坏的情况下，显然不宜使用这个方法。（虽然它的计算速度高于其他方法）。

从表1还可看出，测点高程平移法和多参数法的均方误差很接近。川西地区略有小的差异。考虑到误差统计数字本身也还有误差，因此，应认为这两种方法的精度是不相上下的。我们还发现这两种方法的地改值本身非常接近。为此，按下列公式统计了这两种方法之间的均方差：

$$\varepsilon_1=\sqrt{\frac{\sum_1^n (g_2-g_1)^2}{n}}$$

其中：g_1——测点高程平移法计算的地改值；

g_2——多参数法计算的地改值；

n——计算点的数目。

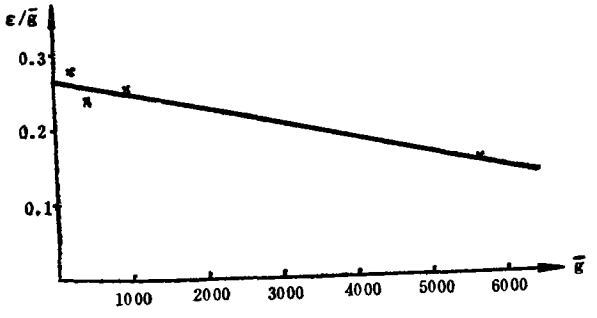
统计结果川西地区$\varepsilon_1=71$微伽，秦岭地区$\varepsilon_1=22.6$微伽，内蒙地区$\varepsilon_1=8.8$微伽。虽然从形式上看，这两种方法有所不同，前者的步骤是：平移高程——→计算与观测点相邻的四个点地改值——→插值；后者的步骤是：计算与观测点相邻的四个点与有关地改的参数——→插值——→计算地改值。但从上述对比数字来看，这两种方法并没有实质性差别。从计算速度来看，测点高程平移法（每点2分22秒）比多参数法（每点6分42秒）快两倍。因此，应认为：对于2至10公里范围的区域地形改正计算，测点高程平移法优于多参数法。在进行大比例尺重力测量的远区地改时，由于测点密度大，在四个节点内可插值得到多个测点的地改值，采用多参数法可以明显提高效率。而在小比例尺区域重力测量的场合下，由于测点分布稀疏，每计算一个点就得计算其相邻四个点的五种参数，因此效率要明显降低。

从表1还可看出：直接按$1000\times1000m^2$网格用公式（1）计算（不插值）的地改值的均方误差，与测点高程平移法和多参数法的均方误差相当接近。这一情况说明，用$1000\times1000m^2$网格计算2至10公里范围的地改值时，误差主要来源于节点之间地形的非线性变化。而这两种方法在插值过程中引起的误差不占重要地位。

2．1至2公里地改范围

从表2可看到，测点高程平移法、节点高程插值法和多参数法的均方误差均较为接近。也就是说，在改正范围为1至2公里这一具体情况下，三种方法的精度是不相上下的。而且这三种方法的均方误差与直接按$1000\times1000m^2$网格（不插值）计算的地改值的均方误差也相差不大，同样说明了误差的主要来源在于节点之间地形的非线性变化，插值过程中引起的误差不占重要地位。

这里着重讨论一个问题：对于1至2公里范围的地形改正，用$1000\times1000m^2$网格计算，精度是否满足要求？对于内蒙工区的精度（不同方法的均方误差在50.6至59.6微伽之间）显然可以满足要求。而川西工区的精度（不同方法的均方误差在584至892微伽之间）是不能满足要求的。换言之，对于这一问题要按照不同地形条件具体对待，不宜“一刀切”。问题在于如何具体划分这个界线。能否用某种参量来表示地形复杂程度呢？显然，地形愈复杂，地改值愈大，地改的误差也愈大。因此我们建议以1至2公里范围的地改值的平均值来表示地形复杂程度，当这一范围内地改平均值小于某一界限时，可用$1000\times1000m^2$的电算进行地改计算，否则就需用手算方法解决。



不同工区$\bar{g}-k$曲线图

对内蒙、秦岭和川西等四个工区分别统计了1至2公里范围的地改均方误差ε与地改平均值$\bar{g}$的比值k，其结果分别为0.279、0.251、0.239、0.157，而这四个地区的地改平均值$\bar{g}$分别为208.4、949、462.4及5689（微加）。说明在这四个地区$\bar{g}$变化较大的情况下，k（=

$\varepsilon/\overline{g}$）值仍相对稳定。以不同工区地改平均值$\overline{g}$为横坐标，地改均方误差与地改平均值的比值k为纵坐标，绘成曲线如上页图所示。

借助于这张图，可以根据地改的平均值估计出地改均方误差。在有关规定的500微伽的地改总均方误差中，如果分配给1至2公里范围的地改均方误差为250微伽，则可以取$\overline{g}=1000$微伽做为划分电算与手算的界限。如果考虑到适当的安全系数，可把这个界线定得再低些，例如取$\overline{g}=800$微伽作为划分电算和手算的界限，即当$\overline{g}>800$微伽时，就需要做手算地改。

三、结论和建议

1．对于2至10公里范围的地形改正，三种地改电算方法的对比情况是：节点高程插值法计算速度最快，但其误差最大，因此只有在地形不很复杂的情况下才可以使用；测点高程平移法与多参数法的精度相当，而前者的计算速度明显地高于后者。综合考虑到精度和速度，三种方法中以测点高程平移法为最优。

2．对于1至2公里范围的地形改正，采用电算或手算问题，应根据地形复杂程度而定。建议以此范围的地改平均值$\overline{g}$作为表示地形复杂程度的参量，以划分采用手算方法和电算方法的界限。我们提出以$\overline{g}_{1\sim2}=800$微伽作为此界限的参考数字，以供讨论。

在这项工作过程中，得到地矿部第二综合物探大队的领导，电算组及有关同志大力支持，谨表谢意。

A DISCUSSION ON SEVERAL TERRAIN CORRECTION METHODS IN REGIONAL GRAVITY SURVEY

Lin Zhenmin Shi Zhensong

Abstract

A comparision among several computer terrain correction methods in regional gravity survey is made, besed on a test conducted in three areas with different topographic complexities. Moreover, the accuracy of terrain correction of the zone of 1—2km calculated with a grid of $1\times1km^2$ is also discussed.